

МАТЭМАТЫКА. ФІЗІКА

УДК 621.824.

П. А. Гриценко, П. А. Козлович

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ТРАНСМИССИИ МАШИН
МЕТОДОМ КОРРЕЛЯЦИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА**Введение**

Основой механических колебаний в машинах является знакопеременное движение масс, совершающих относительное движение. Конструктор должен предусмотреть возможность регулирования колебательных процессов с целью их уменьшения, поэтому борьба с колебаниями становится неотъемлемым условием обеспечения высокого качества машин.

Задача исследования состоит в теоретическом и экспериментальном определении частот и форм собственных колебаний, в анализе вынужденных колебаний и их устойчивости, в установлении возможности уменьшения резонансных амплитуд, в выборе эффективных мер борьбы с ними в рабочем диапазоне частоты вращения машины, а также в анализе возможных методов оценок степени опасности колебаний [1].

Методы исследований

Установление закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления в трансмиссиях машин и механизмов, основаны на методах теории вероятностей [2], [3]. Методы статической динамики и, в частности, методы корреляционно-спектрального анализа в исследованиях динамических нагрузок в силовой передаче машин еще не нашли широкого применения, но в этом направлении ведутся активные поиски, уже дающие положительные результаты. Основные принципы такого анализа заключаются в следующем.

Известно, что нагрузочные режимы представляют собой в общем случае совокупность непрерывно, случайным образом изменяющихся во времени значений [4]. На этом основании мы можем назвать каждый такой режим случайным процессом аргумента t (t – время), который совмещает в себе черты случайной величины и функции и описывается оценками, используемыми в теории вероятностей.

Основным из них и применяемым в методах статической динамики является математическое ожидание

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n M_i \cdot P_i,$$

где M_i – произвольно выбранное значение нагрузки (крутящий момент, тяговое усилие);

P_i – вероятность появления значения M_i .

По физическому смыслу математическое ожидание случайного процесса есть некоторая средняя величина, около которой варьируются конкретные значения данного процесса. Математическое ожидание является мерой статического нагружения элементов силовой передачи.

Следующим важным показателем является дисперсия случайного процесса

$$D = (\bar{M}_i - M_i)^2,$$

являющаяся характеристикой рассеивания его значений около математического ожидания и характеризующая, в отличие от последнего, динамичность процесса нагружения.

Если обратная связь (внешние факторы), оказывающая воздействие на характер нагрузок в элементах силовой передачи, рассматривается как случайная функция, мы не можем точно задавать значения одних величин и точно получать значения других. Т. е. мы теряем жесткую функциональную зависимость и получаем более мягкую – корреляционную. Корреляционная зависимость еще более усиливается, когда сказывается влияние факторов, которые не учитываются, например, из-за сложных процессов, происходящих при передаче крутящего момента от двигателя к двигателям трактора. Кроме того, она возрастает из-за ошибок измерения при тензометрировании.

Корреляционная зависимость является очень важным критерием при анализе динамических нагрузок.

Корреляционная зависимость одного аргумента t , называемая автокорреляционной функцией $R(t)$, характеризует общую зависимость значений случайного процесса в момент времени t и $t + \tau$ (τ – произвольное приращение времени):

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) \cdot \mu(t + \tau) dt,$$

где T – время наблюдения за случайным процессом;

μ – среднее квадратичное отклонение случайной величины от математического ожидания.

Нетрудно установить, что при $\tau = 0$ автокорреляционная функция равна дисперсии. При помощи автокорреляционной функции можно определить особенности случайного колебательного процесса и, в частности, выявить гармоническую составляющую определенной частоты, что при исследовании динамических нагрузок имеет немалое значение.

Автокорреляционная функция имеет также очень важную связь с внутренней структурой соответствующего случайного процесса. Она позволяет выяснить, какие частоты и в каких соотношениях преобладают в составе исследуемого процесса. Эта связь выражается спектральной плотностью через преобразование Фурье:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^T R(\tau) \cos \omega t dt.$$

Спектральная плотность является важнейшим понятием, которым оперирует статическая динамика. При анализе динамических нагрузок для пояснения физической сущности спектральной плотности случайного процесса удобно преобразование Фурье переписать в иной форме:

$$S(\omega, \Delta\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T D(t, \omega, \Delta\omega) dt,$$

где $D(t, \omega, \Delta\omega)$ – дисперсия амплитуд относительно математического ожидания на определенном временном интервале участка осциллограммы в диапазоне частот от ω до $\Delta\omega$.

Спектральная плотность, называемая еще энергетическим спектром, описывает общую структуру случайного процесса через плотность дисперсий амплитуд по всем частотам в заданном условии задачи диапазоне. Из сказанного следует, что случайный процесс можно описать суммой гармонических составляющих со случайными амплитудами.

Такое разложение на отдельные слагаемые позволяет значительно упростить анализ действующих нагрузок, выявить наиболее важные компоненты, под воздействием которых формируются наибольшие напряжения в элементах и узлах силовой передачи [4].

Результаты исследований и их обсуждение

На рисунке 1 приводится график спектральной плотности крутящего момента на правой (1) и левой (2) полуосях переднего моста колесного трактора Т-80 4 х 4 класса 1,4–2 тс на пахоте. Наибольшая энергия спектра приходится на низкие частоты (до 7–8 Гц), компоненты в этом диапазоне частот являются основными, определяющими общую нагруженность полуосей переднего моста. Как показали исследования, эти составляющие формируются под воздействием макро- и микронеровностей и из-за неравномерности сил сопротивления на рабочих органах плуга. Кривая спектра падает, а затем резко поднимается, достигая максимума при частоте 21 Гц. Анализ выявил, что колебания с такой частотой формируются в двух местах силовой передачи: на валу двигателя и муфты сцепления в результате действия сил инерции и на зубьях ведущей шестерни конечной передачи. Поскольку частотные характеристики обладают свойством однородности и подчиняются принципу суперпозиции (условие линейности), мы можем утверждать, что колебания данной частоты, формирующиеся в разных местах силовой передачи, складываясь, изменяют только амплитуду колебаний. Это видно по возросшей плотности дисперсии в диапазоне 20–22 Гц. Высокая дисперсия колебаний на этих частотах свидетельствует о значительном влиянии данной составляющей на динамическую нагруженность элементов силовой передачи и, в частности, на детали и узлы переднего моста тракторов.

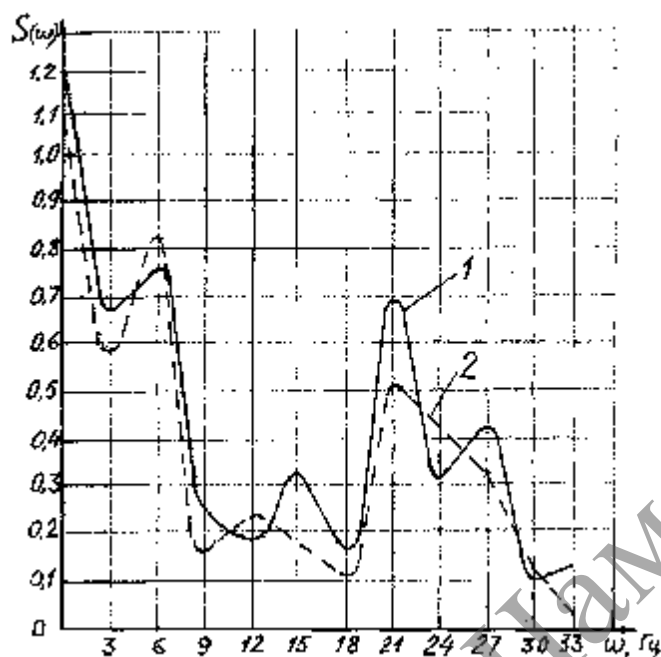


Рисунок 1 – График спектральной плотности крутящего момента на правой (1) и левой (2) полуосях переднего моста трактора Т-80

Для анализа динамических нагрузок на любых произвольно выбранных участках силовой передачи вводится понятие передаточной функции $W(i\omega)$, которая определяет интенсивность реакций данного участка, данной динамической системы на случайное входное воздействие. Определяется передаточная функция как отношение энергетических спектров выхода и входа из динамической системы:

$$|W(i\omega)|^2 = \frac{S_{\text{вых.}(\omega)}}{S_{\text{вх.}(\omega)}}.$$

Передаточная функция данной динамической системы является комплексной характеристикой, выражающей отношение амплитуды и фазы ее реакции к амплитуде и фазе гармонического воздействия. Информация о фазе и амплитуде вытекает из выражения передаточной функции, записанного в экспоненциальной форме:

$$W_{(i\omega)} = A_{(\omega)} \cdot e^{i\varphi(\omega)},$$

где $A_{(\omega)}$ – амплитуда гармонического колебания с данной частотой;

$i\varphi(\omega)$ – аргумент фазово-частотной характеристики системы.

Передаточная функция $W_{(i\omega)}$ называется еще амплитудно-фазово-частотной характеристикой системы. Используя это понятие, частотной характеристике можно дать простую физическую интерпретацию. Пусть на вход системы поступает гармоническое колебание частотой ω , процесс на выходе динамической системы также будет гармоническим той же частоты, а отношение амплитуд процессов на входе и выходе дает нам амплитудно-частотную характеристику. Это положение справедливо, если исследуемая динамическая система – силовая передача – обладает свойством линейности.

Применяя методы статической динамики, в частности корреляционно-спектральный анализ, можно получить полное структурное описание любого случайного процесса нагружения при условии, что этот процесс является стационарным и обладает свойством эргодичности.

Выводы

В заключение можно сказать, что приведенные здесь основные принципы корреляционно-спектрального анализа нисколько не означают отказа от существующих методов анализа и расчета, а лишь дополняют и уточняют их.

Метод корреляционно-спектрального анализа в исследованиях нагруженности механизмов позволяет выявить величину колебаний и их частоту с целью их снижения, что в итоге увеличивает надежность механизмов.

Литература

1. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М. : Высшая школа, 1980.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : УРСС, 2002.
3. Гриценко, П. А. Разработка и обоснование технических средств, повышающих производительность и надежность фрезерных машин, взаимодействующих с закустаренными почвами : дис. ... канд. техн. н. : 05.20.01 / П. А. Гриценко. – Горки, БСХА, 1985.
4. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. Ш. Кремер. – М. : ЮНИТИ, 2004. – 573 с.

Summary

Using the methods of statistical dynamics, particularly correlation spectral analysis, we can receive full structural description of any occasional stationary machine loading process.

Поступила в редакцию 14.06.07

МДПУ ім. І. П. Шамякіна