ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ВСЕЛЕННОЙ АНТИ ДЕ СИТТЕРА: ФОРМАЛИЗМ МАЙОРАНЫ–ОППЕНГЕЙМЕРА, ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ

Казмерчук К. В. (*УО «МГПУ им. И. П. Шамякина»*)
Научный руководитель – *Е. М. Овсиюк, канд. физ.-мат. наук*

Используем матричную форму уравнений Максвелла в римановом пространстве в формализме Майораны–Оппенгеймера [1]

$$\alpha^c \, (e^{\rho}_{(c)}\partial_\rho + \frac{1}{2} j^{ab}\gamma_{abc}) \, \Psi = 0 , \qquad \alpha^0 = -iI , \qquad \Psi = \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{E} + i\mathbf{B} \end{vmatrix} . \tag{1}$$

Явный вид основных матриц α^k и 6 генераторов комплексного представления группы $SO(3,C)$ см. в [1]. Уравнение (1) будем рассматривать в нестатических координатах пространства времени анти де Ситтера:

$$dS^2 = dt^2 - \cos^2 t \, [\, dr^2 + \sinh^2 r (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\phi^2) \,] ,$$

уравнения Максвелла представляются в этих координатах согласно

$$\left\{ -i\frac{\partial}{\partial t} - i\tan t(\alpha^1 S^1 + \alpha^2 S^2 + \alpha^3 S^3) + \frac{1}{\cos t}\left(\alpha^3 \partial_r + \frac{\alpha^1 S^2 - \alpha^2 S^1}{\tanh r} \right) + \frac{1}{\cos t \sinh r}\Sigma_{\theta\phi} \right\} \Psi = 0 ,$$

$$\Sigma_{\theta\phi} = \left(\alpha^1 \frac{\partial}{\partial\theta} + \alpha^2 \frac{\partial_\phi + S^3\cos\theta}{\sin\theta} \right).$$

Диагонализуем на решениях квадрат и третью проекцию полного момента электромагнитного поля, этому отвечает подстановка:

$$\psi = \frac{1}{\cos^2 t}\,\frac{1}{\sinh r} \begin{vmatrix} 0 \\ F_1(t,r)D_{-1} \\ F_2(t,r)D_0 \\ F_3(t,r)D_{+1} \end{vmatrix},$$

где использованы обозначения для D-функций Вигнера $D_\sigma = D^j_{-m,\sigma}(\phi,\theta,0)$, $\sigma = -1, 0, +1$; j, m определяют квадрат и третью проекцию полного момента. После разделения переменных получаем систему уравнений для 3 функций

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\tanh r} \right) F_2 + \frac{\nu/\sqrt{2}}{\sinh r}(F_1 + F_3) = 0, \qquad -\cos t \frac{\partial}{\partial t} F_1 - \frac{\partial}{\partial r} F_1 - \frac{\nu/\sqrt{2}}{\sinh r} F_2 = 0,$$

$$-\cos t\frac{\partial}{\partial t}F_2+\frac{\nu/\sqrt{2}}{\sinh r}(F_1-F_3)=0, \qquad -\cos t\frac{\partial}{\partial t}F_3+\frac{\partial}{\partial r}F_3+\frac{\nu/\sqrt{2}}{\sinh r}F_2=0.$$

Эта система уравнений решена точно. Осцилляции во времени геометрии пространства анти де Ситтера приводят к специальной зависимости электромагнитных мод от времени. Зависимость от радиальной переменной описывается гипергеометрическими функциями.

Литература

1 Овсиюк, Е. М. Электродинамика Максвелла в пространстве с неевклидовой геометрией / Е. М. Овсиюк, В. М. Редьков. – Мозырь: УО МГПУ им. И. П. Шамякина, 2011. – 228 с.