М. И. ЕФРЕМОВА, Н.В. ЛАПУСТА
УО МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ФОРМАЦИИ N-АРНЫХ ГРУПП

Результаты и методы общей теории решеток с успехом используются в различных областях современной математики. Применение решеточных подходов в теории классов групп было впервые осуществлено в рамках теории многообразия групп.

Вся терминология стандартна и заимствована из [1–3].

Система $\langle X, (\ ) \rangle$ с одной *n*-арной операцией ( ) называется *n*-арной группой [1], если эта операция ассоциативна и в *X* разрешимо каждое из уравнений $(a_1 \ldots a_{i-1} x a_{i+1} \ldots a_n) = a$, где *i* пробегает *1,2,…,n*.

Совокупность *n*-арных групп *X* называется классом (или иначе абстрактным классом) *n*-арных групп, если эта совокупность замкнута относительно взятия изоморфных образов (т.е. любая *n*-арная группа, изоморфная некоторой *n*-арной группе из *X*, также принадлежит *X*).

Следуя [3] мы называем класс *n*-арных групп формацией, если выполняются следующие условия:

1) для любой конгруэнции π всякой *n*-арной группы $G \in F$, ее фактор-группа G/π принадлежит F;

2) для любых двух конгруэнций π и φ произвольной *n*-арной группы G с $G/\pi \in F$ и $G/\varphi \in F$ фактор-группа $G/(\pi \cap \varphi) \in F$.

Широкий спектр применений решеточных конструкций при исследовании формаций представлен в монографии [2], где, в частности показано, что привлечение общей теории решеток при исследовании классов групп позволяет не только значительно упростить доказательства многих уже известных теорем, но и решить ряд открытых вопросов, связанных с изучением внутреннего строения таких классов. Таким образом, дальнейшее развитие решеточных методов в теории классов алгебраических систем является актуальной задачей.

К формациям приводят многие условия, накладываемые на классы *n*-арных групп. Такими условиями, как правило, являются различные ограничения конечности. В частности, формациями являются класс всех одноэлементных *n*-арных групп, класс всех конечных *n*-арных групп, класс всех периодических групп, класс n-арных групп с условиями минимальности или максимальности для конгруэнций и др. К формациям приводят и различные "π-ограничения". В частности, для каждого непустого множества простых чисел π формацией является класс всех конечных n-арных π-групп. Формацией является и каждый класс n-арных групп, определяемый той или иной системой тождеств. Т.о., формациями являются класс абелевых, класс полуабелевых n-арных групп и др. Бесконечную серию примеров формаций n-арных групп можно получить, если воспользоваться введенными А.Н. Скибой [2] подгрупповыми функторами.

Относительно включения ⊆ множество всех формаций n-арных групп L_n является частично упорядоченным множеством, и формация всех конечных групп является в нем наибольшим элементом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Русаков, С.А. Алгебраические n-арные системы: Силовская теория n-арных групп / С.А. Русаков. – Минск: Навука і тэхніка, 1992. – 264 с.

2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.

3. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем/ А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 254 с.