

Е. В. ГЕРАСИМОВИЧ, Е. М. ОВСИЮК
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Рассмотрим классическую задачу ядерной физики – разделение изотопов (атомов с одинаковым зарядом ядра, но разной массой). Для этого используют различные способы. В частности, это может быть масс-спектрометрический метод. Из точки А вылетают однозарядные ионы ($q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) разной массы (от 20 до 23 а.е.м.) и под разными углами в пределах от 80° до 100° к оси x в плоскости xy (рисунок 1). Вдоль оси z приложено магнитное поле $B = 10^{-2}$ Тл. Рассчитаем траектории полета частиц с помощью системы компьютерной математики Maple.

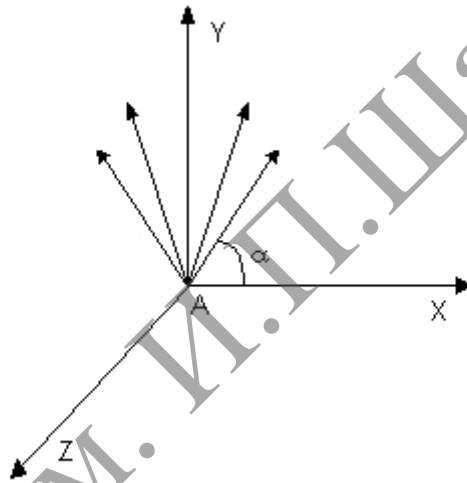


Рисунок 1. – Иллюстрация к методу разделения изотопов

Сила Лоренца, действующая на движущуюся частицу, равна $F = q(E + [v, B])$. Проекции векторного произведения $[v, B]$ на оси x, y, z заданы выражениями:

$$[v, B] \begin{cases} x = v_y B_z - v_z B_y, \\ y = v_z B_x - v_x B_z, \\ z = v_x B_y - v_y B_x. \end{cases}$$

В соответствии с этим дифференциальные уравнения, описывающие траекторию полета частицы по осям x, y, z имеют вид:

```
> restart;  
> sys:=diff(x(t),t$2)=q*(Ex+(diff(y(t),t) * Bz-diff(z(t),t)*By))/massa,  
diff(y(t),t$2)=q*(Ey+(diff(z(t),t)* Bx- diff(x(t),t)*Bz))/massa,  
diff(z(t),t$2)=q*(Ez+(diff(x(t),t) * By-diff(y(t),t)*Bx))/massa;
```

$$\begin{aligned} \text{sys} := \frac{d^2}{dt^2} x(t) &= \frac{q \left(E_x + \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) B_z - \left(\frac{d}{dt} z(t) \right) B_y \right)}{\text{massa}}, \\ \frac{d^2}{dt^2} y(t) &= \frac{q \left(E_y + \left(\frac{d}{dt} z(t) \right) B_x - \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) B_z \right)}{\text{massa}}, \\ \frac{d^2}{dt^2} z(t) &= \frac{q \left(E_z + \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) B_y - \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) B_x \right)}{\text{massa}} \end{aligned}$$

Зададим исходные числовые данные для расчета:

```
> q:=1.6e-19;V:=1e4;
> Vx:=V*cos(alpha); Vy:=V*sin(alpha); Ex:=0; Ey:=0; Ez:=0;
> Bx:=0; By:=0; Bz:=1e-2;
```

Выполним решение составленной выше системы дифференциальных уравнений:

```
> xyz:=dsolve({sys,x(0)=0,D(x)(0)=Vx,y(0)=0,D(y)(0)=Vy,z(0)=0, D(z)(0)=0},{x(t), y(t), z(t)});
> XX:=(massa,alpha)->.6250000000e25*massa*(sin(alpha)
```

```
-1.*sin(alpha)*cos(.1600000000e-20 * t/massa)
+cos(alpha)*sin(.1600000000e-20*t/massa));
> YY:=(massa,alpha)->.6250000000e25*massa*(-1.*cos(alpha)
+cos(alpha)*cos(.1600000000e-20*t/massa)
+ sin(alpha) * sin(.1600000000e-20*t/massa));
```

$$\begin{aligned} XX := (\text{massa}, \alpha) &\rightarrow 6.250000000 \cdot 10^{24} \text{massa} \left(\sin(\alpha) - 1. \sin(\alpha) \cos\left(\frac{1.6000000000 \cdot 10^{-21} t}{\text{massa}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\alpha) \sin\left(\frac{1.6000000000 \cdot 10^{-21} t}{\text{massa}}\right) \right) \\ YY := (\text{massa}, \alpha) &\rightarrow 6.250000000 \cdot 10^{24} \text{massa} \left(-1. \cos(\alpha) + \cos(\alpha) \cos\left(\frac{1.6000000000 \cdot 10^{-21} t}{\text{massa}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \sin(\alpha) \sin\left(\frac{1.6000000000 \cdot 10^{-21} t}{\text{massa}}\right) \right) \end{aligned}$$

Построим графики решения:

```
> aem:=1.67e-27; ur:=3.14/180;
> plot([XX(20*aem,80*ur), YY(20*aem,80*ur), t=0..10e-5],
[XX(20*aem,90*ur), YY(20*aem,90*ur), t=0..10e-5],
[XX(28*aem,80*ur), YY(28*aem,80*ur), t=0..10e-5],
[XX(28*aem,90*ur), YY(28*aem,90*ur), t=0..10e-5],
[XX(24*aem,80*ur), YY(24*aem,80*ur), t=0..10e-5],
[XX(24*aem,90*ur), YY(24*aem,90*ur), t=0..10e-5]],
view=[0..0.65,0..0.65],
color=[red,red,blue,blue,black,black],labels=[x,y]);
```

Эти графики показаны на рисунке 2.

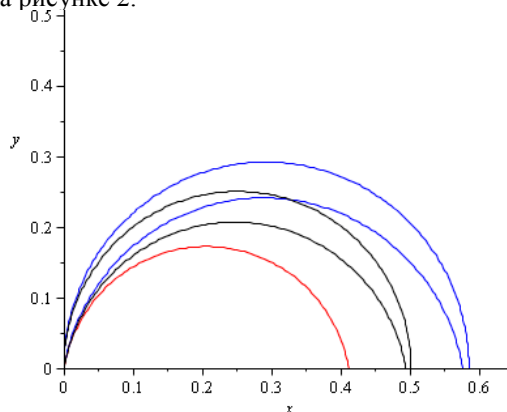


Рисунок 2. – Траектории движения частиц

Полученные графики (рисунок 2) наглядно показывают на одну из возможностей разделения изотопов. Выше приведено изложение идеи одного из методов разделения изотопов. На практике приходится использовать сложнейшие и дорогие физические установки для решения этой актуальной задачи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дьяконов, В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с.

МГТУ ИМ. И.П. ШАМЯГИНА