



УДК 535.42

*В. В. Шепелевич, А. А. Фирсов*

## АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ В КУБИЧЕСКИХ ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ

Известно, что выходные характеристики голограмм в кубических гиротропных фоторефрактивных пьезокристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO),  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) могут быть улучшены с помощью приложенного переменного электрического поля [1] или с использованием метода доплеровского сдвига частоты в постоянном электрическом поле [2]. Однако в ряде других случаев (например, в интерферометрии, при исправлении лазерных конфигураций световых пучков, выполнении логических операций и т. д.) кубические кристаллы могут быть использованы в диффузионном режиме.

В связи с тем, что энергетическая связь световых пучков в диффузионном режиме записи решетки слабая, актуальной является задача оптимизации выходных характеристик голограмм.

В работах [3, 4] показано, что условия оптимизации энергетических характеристик голограмм существенно зависят от пьезоэлектрических и фотоупругих свойств кубического кристалла.

Учет пьезоэлектрического эффекта приводит к значительному усложнению расчетов характеристик дифрагированного света, что затрудняет оптимальный выбор физических параметров (азимута считывающего света, ориентационного угла, толщины кристалла и др.). Однако, учитывая, что большинство кубических фоторефрактивных кристаллов (например BSO) имеют удельное вращение  $\alpha$ , значительно большее постоянных связи  $k_{0j}$  ( $k_{0j}/\alpha \ll 1$ ,  $j=1, 2, 3$ ), можно получить существенно упрощенные по сравнению с ранее найденными в [3, 4] выражения выходных характеристик голограмм. Так, в [5] в приближении малых постоянных связи и углов Брэгга получены легко поддающиеся анализу аналитические выражения дифракционной эффективности пропускающих ненаклонных голограмм в фоторефрактивных оптически активных кристаллах среза (110) при произвольной ориентации вектора решетки. Без учета пьезоэлектрического эффекта эти выражения переходят в результаты [6], а для частных фиксированных ориентаций вектора голографической решетки  $\mathbf{K} \parallel [001]$  и  $\mathbf{K} \perp [001]$  — в результаты [7]. В [5] также установлена аналитическая зависимость азимута падающего линейно поляризованного света, при котором достигается максимальная дифракционная эффективность, от ориентационного угла. Кроме того, найдены выражения для определения максимальных значений выходных характеристик голограмм, получающихся в результате выбора оптимального азимута падающего света. В [8] найдены аналитические зависимости максимальной дифракционной эффективности от ориентационного угла, причем максимальные значения дифракционной эффективности выбирались при изменении не только азимута линейно поляризованного считывающего света, но и толщины кристалла. Приведены оптимальные значения ориентационного угла, толщины кристалла и азимута считывающего света для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ .

В перечисленных выше работах аналитические выражения выходных характеристик голограмм получены с использованием приближения заданной решетки (т. е. предполагалось, что коэффициент модуляции записываемой голограммы не меняется с изменением толщины кристалла). Однако влияние гиротропии при записи голографической решетки приводит к модуляции видности интерференционных полос [9], а следовательно, и к изменению коэффициента модуляции. Кроме того, в процессе записи голограммы световые пучки дифрагируют на формирующейся фотореф-

рактивной решетке, в результате чего изменяется видность интерференционной картины, а значит и коэффициент пространственной модуляции. Такой процесс называют самодифракцией [10].

Некоторые авторами [2, 11, 12] влияние перераспределения энергии между световыми волнами при двухволновом взаимодействии на видность интерференционной картины учитывалось численным методом, что, однако, не является наиболее эффективным способом решения поставленной задачи.

Выражения коэффициента модуляции интерференционной картины были получены в работе [13] для частных случаев  $K_{\parallel}[001]$  и  $K_{\perp}[001]$ , а в [14] при произвольной ориентации вектора голографической решетки. В [13], кроме того, найдены выражения коэффициента усиления для частных ориентаций с учетом самодифракции. С. М. Шандаровым и др. в приближении неистощимости пучка накачки, малых постоянных связи и угла Брэгга получено выражение коэффициента усиления сигнального светового пучка при произвольной ориентации вектора голографической решетки [15].

Таким образом, представляет интерес найти выражение дифракционной эффективности фазовой пропускающей ненаклонной голографической решетки с учетом пьезоэлектрического эффекта, оптической активности и перераспределения энергии между световыми волнами при записи голограммы. Анализ этого выражения даст возможность исследовать влияние видности интерференционной картины на условия оптимизации дифракционной эффективности голограмм, ранее полученные в приближении постоянного контраста голографической решетки.

При решении поставленной задачи будем использовать феноменологическую модель дифракции света в фоторефрактивных пьезокристаллах, которая рассматривалась в [4], а также выражение видности интерференционной картины при двухволновом взаимодействии, полученное в [14] в приближении неистощимости пучка накачки  $R$ , малых постоянных связи и углов Брэгга. Используем также линейное приближение в зависимости амплитуды электрического поля голографической решетки от глубины модуляции [16], пренебрегая темновой проводимостью кристалла.

Рассмотрим далее случай ненаклонной фазовой пропускающей голографической решетки. Предположим, что поляризация считывающего света линейна, запись и считывание голограмм проводятся в отсутствие внешнего электрического поля.

Тогда выражение дифракционной эффективности будет иметь вид:

$$\eta = V_0^2 \left( \frac{1}{4} [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) - 1]^2 + \left[ \kappa_{02}^2 + \frac{1}{4} (\kappa_{01} - \kappa_{03})^2 \right] \frac{\sin \alpha d}{\alpha^2} \times \right. \\ \left. \times \exp(-2(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) + \left[ \kappa_{02} \sin(2\psi_{R0} - \alpha d) + \frac{\kappa_{01} - \kappa_{03}}{2} \cos(2\psi_{R0} - \alpha d) \right] \times \right. \\ \left. \times [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) - 1] \exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \right), \quad (1)$$

где  $\kappa_{01}$ ,  $\kappa_{02}$ ,  $\kappa_{03}$  — постоянные связи, учитывающие пьезоэлектрический эффект [3, 4].

На рис. 1 сравниваются графики зависимости дифракционной эффективности от толщины кристалла, построенные по аналитическим формулам с учетом изменения видности с толщиной кристалла (кривая 1), а также в приближении постоянной видности решетки (кривая 2). Из рисунка видно, что пренебрежение перераспределением энергии между световыми волнами в процессе их взаимодействия с записываемой решеткой приводит к существенным погрешностям даже при не очень большой толщине кристалла (до 20%, при  $d=10$  мм). Постоянные для кристалла BSO, используемые при построении графиков, можно найти в [4].

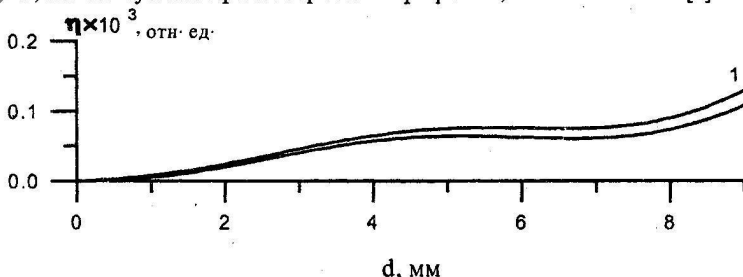


Рис. 1. Зависимость дифракционной эффективности от толщины кристалла при азимуте линейно поляризованного считывающего света  $45^\circ$  и ориентационном угле  $43^\circ$ .

1 — с учетом изменения видности, 2 — в приближении постоянной видности решетки. Начальное отношение интенсивностей записывающих световых волн  $I_{R0}/I_{S0}=400$ .



нализируя (1), можно получить выражение азимута линейно поляризованной считывающей волны  $\psi_{\eta}^{\max}$ , при котором достигаются максимальные значения функции  $\eta(\psi_{R0})$ .

$$\psi_{\eta}^{\max} = \begin{cases} \frac{1}{2} \arctg \frac{2\kappa_{02}}{\kappa_{01} - \kappa_{03}} + \frac{\alpha d}{2} + \frac{\pi}{2}, & \text{если } H_{\eta} > 0, \\ \frac{1}{2} \arctg \frac{2\kappa_{02}}{\kappa_{01} - \kappa_{03}} + \frac{\alpha d}{2}, & \text{если } H_{\eta} < 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$H_{\eta} = -\frac{\sin \alpha d}{\alpha} [\exp(-(\kappa_c + \kappa_{03})d) - 1] [\kappa_{02} \sin(\arctg \frac{2\kappa_{02}}{\kappa_{01} - \kappa_{03}}) + \frac{\kappa_{01} - \kappa_{03}}{2} \cos(\arctg \frac{2\kappa_{02}}{\kappa_{01} - \kappa_{03}})].$$

Используя (1), нетрудно найти следующее выражение для определения максимальных значений дифракционной эффективности голограммы, полученных в результате выбора оптимального азимута падающего света:

$$\eta_{\psi}^{\max} = \frac{V_0^2}{4} [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d \pm 2\sqrt{\kappa_{02}^2 + \frac{1}{4}(\kappa_{01} - \kappa_{03})^2} \frac{\sin \alpha d}{\alpha}) - 1]^2, \quad (3)$$

где выбирается знак "+", если  $\frac{\sin \alpha d}{\alpha} [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) - 1] > 0$ , и знак "-", если  $\frac{\sin \alpha d}{\alpha} [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d) - 1] < 0$ .

С помощью формулы (3) для максимальной дифракционной эффективности можно определить значения толщины кристалла, при которых в зависимости  $\eta_{\psi}^{\max}(d)$  наблюдаются локальные максимумы для фиксированной ориентации голографической решетки (угол  $\theta$ ):

$$d_{\eta}^{\max}(\theta) = \begin{cases} \frac{\beta_1 + \frac{2\pi m_1}{\alpha}}{\alpha}, & \text{при } Q_{\eta}^{\max}(\theta) > 0, \\ \frac{\beta_2 + \frac{2\pi m_2}{\alpha}}{\alpha}, & \text{при } Q_{\eta}^{\max}(\theta) < 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\beta_1 = \pm \arccos \left( \frac{\kappa_{01} + \kappa_{03}}{2\sqrt{\kappa_{02}^2 + (\kappa_{01} - \kappa_{03})^2 / 4}} \right),$$

где 
$$\beta_2 = \pm \arccos \left( \frac{\kappa_{01} + \kappa_{03}}{2\sqrt{\kappa_{02}^2 + (\kappa_{01} - \kappa_{03})^2 / 4}} \right),$$

$$Q_{\eta}^{\max}(\theta) = Q_{\eta}^{\max}(d^{\max}(\theta)) = \frac{\sin \alpha d^{\max}(\theta)}{\alpha} [\exp(-(\kappa_{01} + \kappa_{03})d^{\max}(\theta)) - 1], m_{1,2} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Сравнивая (2), (3), (4) с результатами [5, 6], мы видим, что изменение видности с толщиной кристалла не влияет на  $\psi_{\eta}^{\max}$  и  $d_{\eta}^{\max}$ , однако изменяет значения  $\eta_{\psi}^{\max}$ .

Таким образом, показано, что в приближении неистощимости пучка накачки, малых постоянных связи и углов Брэгга изменение видности интерференционной картины с толщиной кристалла не влияет на условия оптимизации дифракционной эффективности голограммы, ранее полученные в приближении постоянной видности голографической решетки, но существенно изменяет сами значения дифракционной эффективности.

### Литература

1. S. I. Stepanov, M. P. Petrov // Opt. Commun. — 1985. — Vol. 53. — P. 292-295.
2. A. Marrakchi, R. V. Jonson, A. R. Tanguay // IEEE J. of Quantum Electronics. — 1987. — Vol. QE-23, N12. — P. 2142—2151.

3. V. V. Shepelevich, S. M. Shandarov, and A. E. Mandel // *Ferroelectrics*. — 1990. — Vol. 110. — P. 235—249.
4. V. V. Shepelevich, N. N. Egorov, and V. Shepelevich // *J. Opt. Soc. Am.* — 1994. — Vol. 11B. — P. 1394-1402.
5. V. V. Shepelevich, A. A. Firsov // *Nonlinear Optics of Liquid and Photorefractive Crystals II/ Proceedings of SPIE, Crimea, Ukraine*. — 1997. — Vol. 3488. — P. 225-234.
6. Е. М. Храмович. Дифракция света на фотоиндуцированных решетках в кубических гетерогенных фоторефрактивных кристаллах. Дисс.... кандидата ф.-м. наук, Минск, 1990.
7. S. Mallick, D. Rouede, A. G. Apostolidis // *J. Opt. Soc. Am.* — 1987. — Vol. 4B. — P. 1247—1259.
8. А. А. Фирсов, В. В. Шепелевич. Оптимизация выходных характеристик пропускающих голограмм в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах. — Мозырь, 1998. — 44 с. — (Препринт / МозГПИ; № 1).
9. В. В. Шепелевич // *Ковариантные методы в теоретической физике. Оптика и акустика*. — Минск, 1991. — С. 78-82.
10. N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. et al. // *Ferroelectrics*. — 1979. — Vol. 22. — P. 949-964.
11. B. Edvold, P. E. Andersen, P. Buchhave, and P. M. Petersen // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1994. — Vol. 30, № 4. — P. 1075-1089.
12. А. А. Фирсов, В. В. Шепелевич // *Письма в ЖТФ*. — 1997. — Т. 23, Вып. 17. — С. 41-47.
13. S. Mallick, D. Rouede // *Appl. Phys.* — 1987. — Vol. 43 B, N4. — P. 239-245.
14. А. А. Фирсов // *Зб. навук. работ аспірантаў / Пад. рэд. В. В. Валетава*. — Мазыр: МазДПІ, 1998. — С. 86-89.
15. S. M. Shandarov, A. Emelyanov, O. Kobozev et al. // *Nonlinear Optics of Low-Dimensional Structures and New Materials / SPIE Proceedings*. — 1996. — Vol. 2801. — P. 221-230.
16. T. J. Hall, R. Jaura, L. M. Connors and P. D. Foote // *Prog. Quant. Electr.* — 1985. — Vol. 10. — P. 77-146.

#### Summary

*Influence of the energy redistribution between light beams of recording a holographic grating on diffraction efficiency of hologram is considered. Locations of extremum points in dependencies of the diffraction efficiency of hologram on a polarization azimuth of reading out light and a crystal thickness. It is shown that disregard the energy redistribution between light beams in process of their interaction with a recorded grating leads to essential mistakes even at a small crystal thickness.*