О. И. ТЕРЕЩЕНКО, М. И. ЕФРЕМОВА
МГПУ им. И.П. ШАМЯКИНА (г. Мозырь, Беларусь)

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С УЧАЩИМИСЯ НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ

В настоящее время математические методы и идеи являются ведущими во всех областях человеческой деятельности. Это приводит к необходимости развивать у школьников творческие способности, интерес к математическим знаниям. Как мы убедились, ученик может проявлять математическое творчество, если у него имеются достаточно глубокие математические знания, хорошая память, выраженный интерес к математике.

На протяжении достаточно большого отрезка времени мы работаем с учащимися, которые не просто интересуются математикой, но имеют желание получить хорошую математическую подготовку. С этой целью мы на базе СШ №7 г. Калинковичи создали площадку для учащихся старших классов, желающих улучшить качество знаний. С этими учащимися мы провели занятия по обобщению и повторению наиболее трудных тем школьного курса математики и убедились в том, что с помощью лишь задач и упражнений из школьных учебников трудно развивать у учащихся интерес к математическим знаниям. Поэтому на каждом таком занятии мы пытались развивать у них интерес к математике путем формирования умений находить математические закономерности и делать обобщающие выводы. Но такие эпизодические занятия проводились только во время зимних и осенних каникул. Даже такие эпизодические занятия дали свои плоды. Учащиеся, посещающие такие занятия, успешно справлялись с заданиями по ЦТ.

Чтобы осуществить постоянную работу с такими учащимися, нами в этом учебном году на базе средней школы №7 г. Калинковичи был создан межшкольный факультатив по математике для учащихся школ г. Калинковичи. Слушателями такого факультатива стали ученики 9–11 классов. Основная цель такого факультатива – повысить качество математических знаний учащихся, интересующихся математикой, путем формирования у них творческого подхода к процессу решения математических задач.

К каждому занятию мы тщательно подбирали серию задач по данной теме с нарастающей степенью сложности, причем их мы группировали по способам решения задач. На первых занятиях нас интересовали вопросы о том, как у учащихся сформировано умение анализировать условие задачи, как осуществляется поиск способа решения задачи, как учащиеся оформляют найденные решения задач.

Одной из первых тем были задачи на свойства целых чисел. Несколько первых занятий было посвящено решению задач на отыскание закономерностей с последующим обобщением.

Приведем примеры:

Доказать, что $3^{2n+3} + 40n - 27$ делится нацело на 64, $n \in N$.

Для решения данной задачи предлагали учащимся рассмотреть бином Ньютона n-ой степени вида $(a+1)^n$, где $n \geq 2$. Учащиеся замечают закономерность, которая существует, если n = 2, n = 3, n = 4… и находят, что $(a+1)^n = a^2 \cdot A + n \cdot a + 1$.

Тогда

$$3^{2n+3} + 40n - 27 = 27 \cdot 9^n + 40n - 27 = 27(8+1)^n + 40n - -27 =$$
$$= 27(64 \cdot A + 8n + 1) + 40n - 27 = 64 \cdot M + 256n = 64m.$$

Используя данный подход, учащиеся получили аналогичным способом еще две формулы, что дало им возможность решить без особых трудностей достаточное количество примеров такого типа. В частности, доказать, что для всех $n \in N$

$7^n + 3n - 1$ делится нацело на 9;

$2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$ делится на 25;

$7^{n+2} + 8^{2n+1}$ делится на 57;

$2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$ делится на 17;

$3^{3n+2} + 5 \cdot 3^{n+1}$ делится на 19;

$5^n(5^n + 1) - 6^n(3^n + 2^n)$ делится на 91 и другие.

Нами были предложены и задачи такого типа.

Доказать, что числа 16, 1156, 111556, 11115556,…(49, 4489, 4444889, 44448889), каждое из которых получается вписыванием числа 15 (48) в середину предыдущего числа, является квадратом натуральных чисел.

Решая первую задачу, учащиеся заметили, что $16 = 4^2, 1156 == 34^2, 111556 = 34^2, 11115556 = 3334^2$. Следовательно, следующие результаты будут соответственно $33334^2, 333334^2$ и т.д. Число $\underbrace{111\ldots1}_{n\ \text{цифр}}\underbrace{55\ldots56}_{n-1\ \text{цифр}}$, которое имеет 2n цифр, равно $\underbrace{(333\ldots34)^2}_{n-1\ \text{цифр}}$.

Учащиеся достаточно легко получили и доказали формулу для чисел, данных в условии задачи: $\left(\frac{10^n+2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2 \cdot 10^n+1}{3}\right)^2$.

Мы постоянно напоминали учащимся о том, что одну и ту же математическую задачу можно решить различными способами. Предложили учащимся решить задачи такого типа, используя метод математической индукции. Для многих учащихся использование этого метода доказательства вызвал определенные трудности.

Опыт работы с учащимися показал, что задача является предметом рассуждений в том случае, если она заинтересовала их. Поэтому на первых порах мы старались подбирать задачи с интересным содержанием, с юмористической фабулой условия и другие. Некоторые задачи, предложенные учащимся для самостоятельного решения, они не смогли решить. В таком случае, убеждаем учащихся в том, что причиной затруднений явилось недостаточное уяснение данных в условии задачи и тем основных связей между ними, которые являются аргументами в выборе правильного способа решения. При этом мы сохраняем такт и меру, чтобы учащиеся имели возможность самостоятельно найти способ решения и тем самым получить моральное удовлетворение от достигнутого успеха. Радость творческой удачи – незаменимый стимул в дальнейшей работе.

Мы убедились в том, что когда учащиеся сталкиваются с нестандартными задачами, которые не поддаются готовым алгоритмам поиска решения, они не могут уловить содержание всей информации, которая заложена в условии задачи. В таком случае, анализируя предложенные учащимися гипотезы, на основании которых осуществляется поиск способа решения задачи, мы убеждаем учащихся в том, что ими использовались лишь часть необходимых связей между данными в условии задачи. С помощью наводящих вопросов, не сбивая учащихся с намеченного им пути способа решения, убеждаем в его бесперспективности и совместными усилиями находим более рациональный способ.