

Заметим, что символом  $\pi$  также будем обозначать функцию, которая определена на множестве всех натуральных чисел  $N$  и задает множество простых делителей натурального числа. Данная функция  $\pi$  задается следующим образом:  $\pi(a)$  – множество простых чисел, делящих натуральное число  $a$ .

Для произвольной группы  $G$  и ее подгруппы  $H$  считаем, что  $\pi(G) = \pi(|G|)$  и  $\pi(G:H) = \pi(|G:H|)$ , где через  $|G:H|$  обозначается индекс подгруппы  $H$  в группе  $G$ .

Зафиксируем множество простых чисел  $\pi$ . Если  $\pi(G) \subseteq \pi$ , то группа  $G$  называется  $\pi$ -группой, и если  $\pi(G) \subseteq \pi'$ , то группа  $G$  называется  $\pi'$ -группой. В этом случае  $\pi(G) \cap \pi' = \emptyset$ .

Пусть  $G$  – произвольная разрешимая группа. Тогда она обладает субнормальным рядом

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \dots \subseteq G_m = G,$$

каждый фактор которого является либо абелевой  $\pi$ -группой (абелевым  $\pi$ -фактором), либо  $\pi'$ -группой ( $\pi'$ -фактором). Наименьшее число абелевых  $\pi$ -факторов среди всех таких субнормальных рядов группы  $G$  называется производной  $\pi$ -длиной  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  и обозначается через  $l_\pi^d(G)$  [3]. Основные свойства производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы получены в работах [4, 5]. Исследованием производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы занимались В. С. Монахов, О. А. Шпырко, А. А. Трофимук и др.

В теории групп всякую подгруппу  $H$  группы  $G$  можно окружить двумя нормальными в  $G$  подгруппами. С одной стороны, нормальным замыканием  $H^G$ , с другой – ядром  $H_G$ . Нормальное замыкание  $H^G$  является наименьшей нормальной в  $G$  подгруппой, содержащей  $H$ , а ядро  $H_G$  – наибольшей нормальной в  $G$  подгруппой, содержащейся в  $H$ . Исследовано влияние индекса  $|H^G:H|$  на производную  $\pi$ -длину  $\pi$ -разрешимой группы  $G$ . Доказана следующая теорема.

**Теорема.** Если у  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  для произвольной субнормальной подгруппы  $H$  индекс  $|H^G:H|$  свободен от квадратов, то  $l_\pi^d(G/\Phi(G)) \leq 4$ . В частности, если  $2 \in \pi$ , то  $l_\pi^d(G/\Phi(G)) \leq 2$ .

Здесь  $\Phi(G)$  – подгруппа Фраттини.

#### Список использованных источников

1. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin, Heidelberg, New York, 1967.
2. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Вышэйшая школа, 2006.
3. Монахов, В. С. Конечные группы с доунормальной холловой подгруппой / В. С. Монахов // Математические заметки. – 2006. – Т. 80, № 4. – С. 573–581.
4. Грицук, Д. В. О производной  $\pi$ -длине  $\pi$ -разрешимой группы / Д. В. Грицук, В. С. Монахов, О. А. Шпырко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 3. – С. 90–95.
5. Monakhov, V. S. On derived  $\pi$ -length of a finite  $\pi$ -solvable group with supersolvable  $\pi$ -Hall subgroup / V. S. Monakhov, D. V. Gritsuk // Algebra and Discrete Mathematics. – 2013. – Vol. 16, 2. – P. 233–241.

УДК 535.42

**В. В. ДАВЫДОВСКАЯ, А. В. ФЕДОРОВА**

УО «Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина» (г. Мозырь, Беларусь)

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛОВ В КАЧЕСТВЕ ОСНОВЫ ДЛЯ ОПТИЧЕСКИХ ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

В настоящее время не ослабевает интерес к исследованиям в области новых оптических методов обработки информации, так как актуальной остается проблема создания эффективной элементной базы для оптических компьютеров и систем быстрой передачи и обработки данных, таких как матричные базы данных, пространственные модуляторы света, устройства для регистрации и преобразования оптических сигналов [1].

Можно выделить целый ряд задач нелинейной оптики, имеющих высокие перспективы практического использования в данной области. Довольно часто такие задачи связаны с исследованием особенностей распространения и взаимодействия двумерных световых пучков в фоторефрактивных кристаллах.

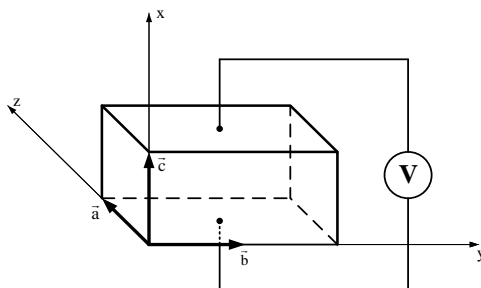
Фоторефрактивные кристаллы являются перспективными средами для решения целого ряда задач нелинейной оптики. Они могут являться базой для целого ряда устройств для оптической обработки данных.

Сегнетоэлектрические фоторефрактивные кристаллы SBN принадлежат классу симметрии  $4mm$  и являются наиболее перспективными для реализации нелинейно-оптического взаимодействия в фоторефрактивных материалах. Это обусловлено тем, что такие кристаллы имеют относительно высокие значения электрооптических коэффициентов и диэлектрической проницаемости, что обуславливает использование в оптических технологиях для генерации, передачи и обработки оптических сигналов [2].

Одними из наиболее ценных для практического применения следствий фоторефрактивного эффекта являются так называемое «переключение» пучков, а также управление двумерными световыми пучками в связи с необходимостью их адресной локализации.

Покажем, что для наблюдения этих эффектов могут быть использованы закономерности взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков.

Направим ось  $ox$  используемой системы координат вдоль кристаллографической оси  $\vec{c}$ , являющейся оптической осью кристалла. Пусть внешнее электрическое поле  $\vec{E}_0$  также направлено параллельно оптической оси  $\vec{c}$ . Ось  $oz$  направим вдоль кристаллографической оси  $\vec{a}$ , ось  $oy$  – вдоль кристаллографической оси  $\vec{b}$  (рис. 1).



V – приложенное к кристаллу напряжение

Рисунок 1 – Расположение используемой системы координат относительно кристаллографических направлений

Для осуществления управляемого смещения двумерного квазисолитонного светового пучка, линейно поляризованного параллельно вектору напряженности внешнего электрического поля (входная  $x$ -поляризация, на рисунке 2 пучок обозначен цифрой 1), приложенного к фоторефрактивному кристаллу SBN вдоль оптической оси, может быть использовано взаимодействие этого пучка внутри кристалла со вспомогательным одинаково направленным световым пучком, поляризованным ортогонально квазисолитонному пучку и распространяющимся в режиме дефокусировки, но выполняющим роль управляющего пучка (входная  $y$ -поляризация, на рисунке 2 пучок обозначен цифрой 0).

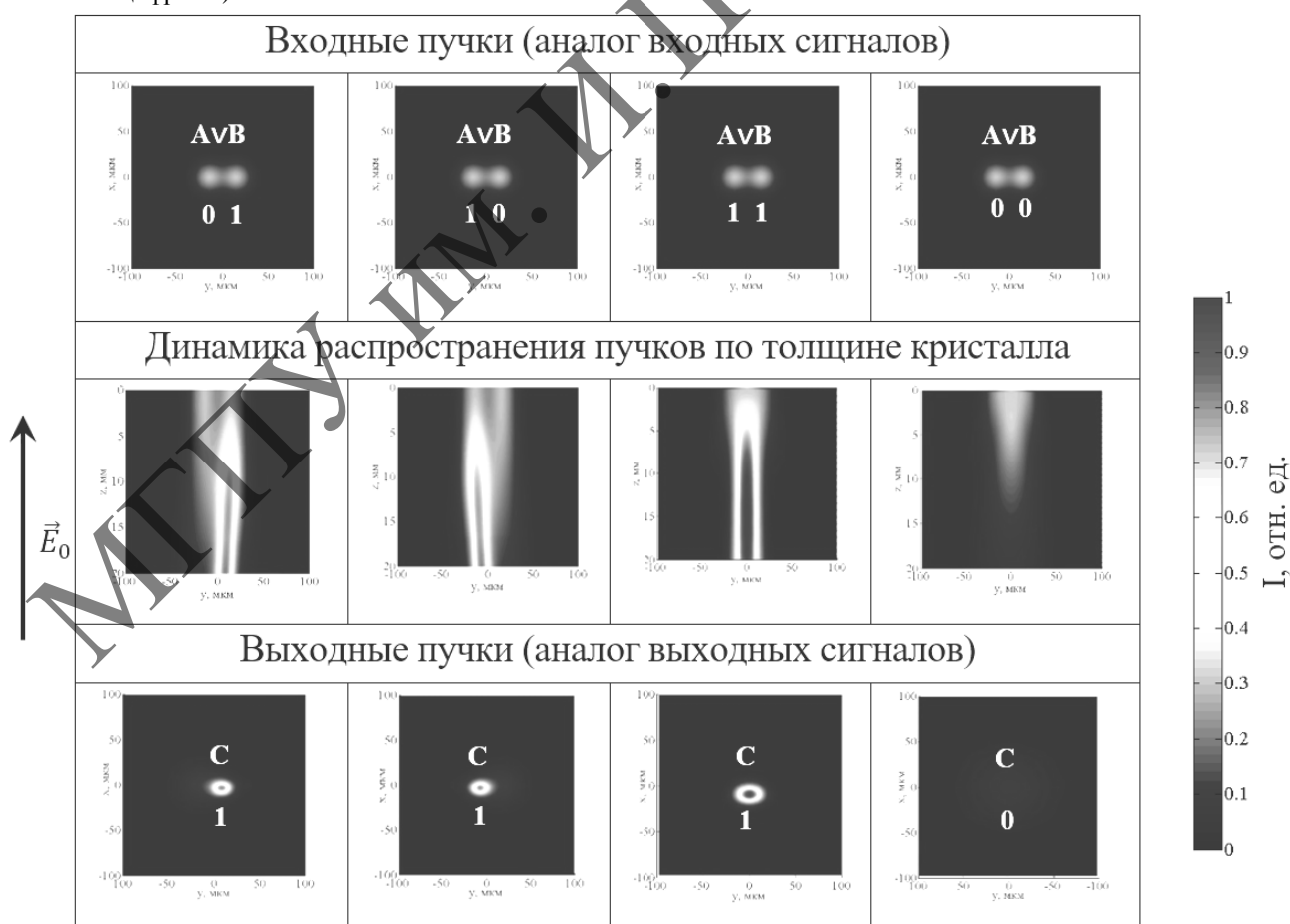


Рисунок 2 – Оптическая модель логического элемента «ИЛИ»

Таким образом, с помощью подбора параметров взаимодействия двумерных световых пучков в фото-рефрактивном кристалле SBN (размера пучков, расстояния между ними, значения внешнего электрического поля, входной линейной поляризации пучков) теоретически смоделирован «оптический» логический элемент – аналог элемента «ИЛИ».

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 № 1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований № 6 «Фотоника и электроника для инноваций» на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).*

#### Список использованных источников

1. Cuniot-Ponsard, M. Strontium Barium Niobate Thin Films for Dielectric and Electro-Optic Applications / M. Cuniot-Ponsard // *Ferroelectrics – Material Aspects – InTech.* – 2011. – P. 498–518.
2. Пространственные модуляторы света / А. А. Васильев [и др.]. – М. : Радио и связь, 1987. – 320 с.

УДК 620.91; 621.383.4

А. К. ЕСМАН, Г. Л. ЗЫКОВ, В. А. ПОТАЧИЦ

Белорусский национальный технический университет (г. Минск, Беларусь)

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕИ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ПАНЕЛЕЙ

В настоящее время гелиоэнергетика считается самой быстро растущей и наиболее используемой возобновляемой энергией в мире. Это связано как с постоянно растущими тарифами на электроэнергию, так и с ухудшающейся в мире экологической обстановкой.

Следует отметить, что эффективность использования солнечных батарей существенно зависит как от выбора географического месторасположения их, так и от угла наклона по отношению к Земле. Последние исследования показали, что выработка энергии увеличится, если ставить панели под углом  $90^\circ$ . Подсчитано, что вертикальные панели позволят повысить общее производство энергии почти в 7 раз, а это позволит уменьшить или устранить потребность в установках, работающих на ископаемом топливе, которые обычно включаются при высоком спросе на электроэнергию (утро и вечер) [1].

Так как работа солнечных модулей часто происходит при разных климатических условиях, то стабильность выходных характеристик солнечных элементов при различных температурах является важным фактором. Поэтому одной из задач является поиск путей повышения стабильности и эффективности солнечных модулей при различных температурах как за счет оригинальных технических решений, так и используемых материалов для их создания [2, 3].

Целью данной статьи является разработка и реализация трехмерной модели солнечной батареи с вертикальной ориентацией модулей в программе COMSOL Multiphysics. На основе которой проведены расчеты и оценка температурных характеристик батареи, учитывая суточные и сезонные изменения температуры окружающей среды, а также плотность мощности солнечного излучения спектра AM1,5, с максимальным значением в  $1 \text{ кВт/м}^2$ .

Предлагаемая солнечная батарея с вертикальной ориентацией модулей (рисунок 1) [3] содержит радиатор 8 с вертикальными пазами, термически связанный с тыльной стороной вертикально установленного фотоэлектрического преобразователя 4 через вертикальные электродные слои 5 и 7, между которыми расположен термоэлектрический преобразователь 6. Фронтальная сторона фотоэлектрического преобразователя 4 механически и оптически соединена с корпусом 2 из силикатного стекла посредством герметика 3. В предлагаемой конструкции солнечной батареи солнечное излучение преобразуется в электрическую энергию более эффективно как за счет утилизации тепла, выделяемого фотоэлектрическим преобразователем 4, так и за счет концентрации солнечного излучения подстилающей поверхностью.

Модуль «Heat Transfer» в программной среде COMSOL Multiphysics предоставляет возможность моделирования теплопереноса и расчета характеристик системы, включая солнечные батареи. В данной работе была реализована модель предлагаемой солнечной батареи и проведены расчеты ее характеристик при различных условиях эксплуатации. Расчеты выполнялись для географических координат г. Минска. Учет стабилизации температуры тыльной стороны радиатора 8 является важным фактором при анализе работы солнечной батареи. Влияние стабилизации температуры имеет существенное значение для повышения эффективности работы и долговечности эксплуатации батареи.