

4. Модель Лорентц-Лоренца в обратной задаче спектрофотометрии неоднородного слоя / А.Б. Сотский, К.Н. Кривецкий, С.О. Парашков, Л.И. Сотская // ЖПС. – 2016. – Т. 83, № 5. – С. 809–817.

5. Сотская, Л.И. Задача спектрофотометрии растущего слоя / Л.И. Сотская, Е.А. Чудаков, А.Б. Сотский // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : Материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 21–22 апр. 2022 г. ; редкол.: М.Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев, 2022. – С. 417–418.

6. Спектрофотометрия интерференционного покрытия в ходе его изготовления / Л.И. Сотская, Е.А. Чудаков, А.Б. Сотский [и др.] // Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов : сб. ст. 8-й Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 29–30 сен. 2022 г. ; редкол.: М.Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев, 2022. – С. 256–261.

7. Спектроскопия слоев на плоскопараллельных подложках / А.Б. Сотский, С.С. Михеев, Н.И. Стаськов, Л.И. Сотская // Оптика и спектроскопия. – 2020. – Т. 128, № 8. – С. 1133–1143.

УДК 535.4, 53.5

**С.М. Шандаров¹, А.О. Злобин¹, Н.И. Буримов¹, Д.С. Колесников¹, В.Н. Навныко²,
М.А. Брюшинин³, И.А. Соколов⁴**

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

²Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина

³Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН

ВЗАЙМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ЦИРКУЛЯРНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ НА ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ ГОЛОГРАММАХ В КУБИЧЕСКИХ ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Рассмотрено попутное взаимодействие волн с циркулярной поляризацией на фоторефрактивных голограммах в кубических гиротропных кристаллах класса силленитов, когда по всей его толщине коэффициенты двухлучковой связи остаются неизменными.

Ключевые слова: фоторефрактивный эффект, кубические гиротропные кристаллы, попутное двухволновое взаимодействие, адаптивная голографическая интерферометрия.

Эффекты динамической голографии в фоторефрактивных оптически активных кристаллах, относящихся к семейству силленитов, являются предметом теоретического анализа и экспериментальных исследований, направленных как на изучение механизмов нелинейного отклика и определение материальных параметров, так и на реализацию устройств адаптивной голографической интерферометрии в течение длительного периода [1–5]. Собственные волны в таких кубических гиротропных кристаллах имеют циркулярную поляризацию, однако в большинстве работ по взаимодействию световых

пучков на формирующихся при этом фоторефрактивных голограммах используется и рассматривается лазерное излучение с линейной поляризацией. Наблюдаемая в этом случае вследствие естественной оптической активности координатная зависимость коэффициента связи волн от длины их взаимодействия ограничивает возможности для улучшения выходных характеристик элементов динамической голографии простым увеличением размера кристалла [3]. В данном сообщении рассматривается попутное взаимодействие на фоторефрактивных голограммах для циркулярно поляризованных опорной и предметной волн, имеющих одинаковые знаки вращения, когда по всей толщине кубического гиротропного кристалла коэффициенты двухпучковой связи являются постоянными величинами.

При анализе попутного взаимодействия волн с одинаковой (например, левой, l) циркулярной поляризацией в приближении неистощаемой опорной волны с амплитудой C_{Rl} , волновым вектором \vec{k}_{Rl} и показателем преломления n_l суммарное световое поле в кристалле в лабораторной системе координат представим в виде

$$\vec{E}_l(x, z) = C_{Rl} \vec{e}_{Rl} \exp[-ik_0 n_l (x \cos \theta - z \sin \theta)] + C_{Sl}(x) \vec{e}_{Sl} \exp[-ik_0 n_l (x \cos \theta + z \sin \theta)], \quad (1)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ – длина световой волны и $\pm\theta$ – углы между осью x и волновыми векторами \vec{k}_{Sl} и \vec{k}_{Rl} сигнальной (с амплитудой $C_{Sl}(x)$ и вектором поляризации \vec{e}_{Sl}) и опорной волн соответственно. Картина интерференции этих волн характеризуется вектором решетки $\vec{K} = \vec{k}_{Rl} - \vec{k}_{Sl}$ и контрастом

$$m_l(x) = \frac{2C_{Sl}(x)C_{Rl}^*}{|C_{Rl}|^2} \cos^2 \theta. \quad (2)$$

Диффузионный механизм перераспределения заряда [2] приводит к формированию в кристалле следующего стационарного распределения электрического поля, сдвинутого относительно интерференционной картины на четверть пространственного периода:

$$E_z(x, z) = m_l(x) E_{SC} \sin(Kz), \quad (3)$$

где эффективное поле пространственного заряда определяется как

$$E_{SC} = \frac{E_D}{1 + E_D/E_q}. \quad (4)$$

Здесь $E_D = (k_B T/e)K$ – диффузионное поле и $E_q = eN_A/(\epsilon K)$ – поле насыщения ловушек; k_B – постоянная Больцмана; T – температура; e – элементарный электрический заряд; ϵ – статическая диэлектрическая проницаемость кристалла и N_A – концентрация в нем компенсирующих акцепторов.

Электрическое поле фоторефрактивной голограммы обеспечивает основной вклад в фазовую составляющую голографической решетки, связанную непосредственно с

линейным электрооптическим эффектом, а также с фотоупругостью, вклад которой пропорционален как полю пространственного заряда $E(x, z)$ (благодаря обратному пьезоэффекту), так и его градиенту $dE(x, z) / dz$ (за счет обратного флексоэлектрического эффекта) [6]:

$$\Delta\epsilon_{mn}^{(phb)}(x, z) = -n_0^4 \left\{ \left[r_{mnp}^S p_p + p_{mnkl}^E p_l \gamma_{kl} e_i \right] E(x, z) + p_{mnkl}^E p_l \gamma_{ki} f_i \frac{d}{dz} E(x, z) \right\}. \quad (5)$$

Здесь n_0 – невозмущенный показатель преломления; r_{mnp}^S и p_{mnkl}^E – компоненты тензоров линейного электрооптического эффекта для механически зажатого и фотоупругости для электрически закороченного кристалла; p_p – компоненты единичного вектора, определяющего направление оси Z в кристаллографических координатах; γ_{ki} – компоненты тензора, обратного к тензору Кристоффеля $\Gamma_{ik} = C_{ijkr}^E p_j p_r$; $e_i = e_{pij} p_p p_j$ и $f_i = f_{ijpr} p_j p_p p_r$ – составляющие пьезоэлектрического и флексоэлектрического векторов соответственно; e_{pij} и f_{ijpr} – компоненты тензоров пьезоэлектрических констант и коэффициентов флексоэлектрической связи кристалла.

Для описания дополнительного вклада в фазовую составляющую фоторефрактивной голограммы эффектов электротогирации [7] и флексогирации [8] воспользуемся следующим разложением компонент псевдотензора гирации:

$$g_{kl} = g_0 \delta_{kl} + \gamma_{klj} E_j + \beta_{klji} \frac{\partial E_j}{\partial x_i}, \quad (6)$$

где $g_0 \delta_{kl}$ – тензор гирации кристалла симметрии 23 в отсутствие поля и $g_0 = 2n_0 \rho / k_0$ – его параметр гиротропии; тензор третьего ранга γ_{klm} описывает эффект электротогирации [7], а тензор четвертого ранга с компонентами β_{klmn} , с такой же симметрией, как и тензор коэффициентов флексоэлектрической связи f_{klmn} , назван в [8] тензором флексогирации. Следуя известному подходу [9], дополнительные возмущения фазовой составляющей фоторефрактивной голограммы в кристалле симметрии 23 представим в виде

$$\Delta\epsilon_{mn}^{(phad)}(x, z) = -i n_0^4 \delta_{mnk} \left[\gamma_{klj} p_j E(x, z) + \beta_{klji} p_j p_i \frac{\partial E(x, z)}{\partial z} \right] w_l, \quad (7)$$

где δ_{mnk} – единичный асимметричный тензор третьего ранга и w_l – компоненты единичного вектора волновой нормали \vec{w} , относящегося к световому полю.

Для учета возмущений диэлектрического тензора, связанных с абсорбционной компонентой фоторефрактивной голограммы в кристалле семейства силленитов, воспользуемся выражением [10]

$$\Delta\epsilon_{mn}^{(a)}(x, m_l) = -i m_l(x) \left(\frac{n_0}{k_0} \alpha_{gl} \delta_{mn} \right), \quad (8)$$

в котором параметр α_{gl} характеризует пространственно-неоднородные фотоиндуцированные изменения оптического поглощения в кристалле для волны с левой циркулярной поляризацией.

С учетом приведенных соотношений компоненты диэлектрического тензора кубического фотопрефрактивного гиротропного кристалла могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_{mn}(x, z) = & n_0^2 \delta_{mn} - i \frac{2n_0 \rho}{k_0} \delta_{mnp} p_p + \frac{\Delta\varepsilon_{mn}^{(phb)}(x) + \Delta\varepsilon_{mn}^{(phad)}(x) + \Delta\varepsilon_{mn}^a(x, m_l)}{2} \exp(iKz) + \\ & + \frac{\Delta\varepsilon_{mn}^{(phb)*}(x) + \Delta\varepsilon_{mn}^{(phad)*}(x) + \Delta\varepsilon_{mn}^a(x, m_l^*)}{2} \exp(-iKz).\end{aligned}\quad (9)$$

Использование приведенных соотношений (1)–(3), (5) и (7)–(9) и условия синхронизма $\vec{K} = \vec{k}_{Rl} - \vec{k}_{Sl}$ позволяет в рамках метода медленно меняющихся амплитуд найти из волнового уравнения для кубического гиротропного кристалла следующее уравнение для эволюции амплитуды сигнальной волны с левой циркулярной поляризацией, взаимодействующих на фотопрефрактивной решетке с опорной волной, имеющей такую же поляризацию:

$$\frac{dC_{Sl}}{dx} = -\frac{1}{2} (\Gamma_{El} + \Gamma_{al} - i\Gamma_{fl}) C_{Sl}, \quad (10)$$

где коэффициенты связи на фазовых составляющих голограммы Γ_{El} и Γ_{fl} зависят от используемых ориентаций среза кристалла и вектора решетки \vec{K} , а коэффициент связи на абсорбционной компоненте является постоянной величиной, $\Gamma_{al} = \alpha_{gl}$. Аналогичное уравнение для эволюции амплитуды сигнала при взаимодействии волн с правой циркулярной поляризацией,

$$\frac{dC_{Sr}}{dx} = -\frac{1}{2} (\Gamma_{Er} + \Gamma_{ar} - i\Gamma_{fr}) C_{Sr}, \quad (11)$$

характеризуется другими коэффициентами связи, Γ_{Er} , Γ_{fr} и Γ_{ar} .

В качестве характерного примера рассмотрим попутное взаимодействие волн с одинаковой циркулярной поляризацией в кристалле среза (110) для двух ориентаций вектора фотопрефрактивной решетки, $\vec{K} \parallel [001]$ и $\vec{K} \parallel [00\bar{1}]$, помечая относящиеся к ним величины индексами (+) и (–) соответственно. При экспериментальном исследовании характеристик такого взаимодействия может быть использован метод адаптивной голографической интерферометрии [2; 8], позволяющий определить зависимости относительных амплитуд первой и второй гармоник в сигнале фазовой демодуляции, $M^{(1)}(\varphi_m)$ и $M^{(2)}(\varphi_m)$, от глубины фазовой модуляции сигнального пучка φ_m гармоническим сигналом с частотой Ω :

$$M^{(1)}(\varphi_m) = 4M_{1m} J_0(\varphi_m) J_1(\varphi_m), \quad (12)$$

$$M^{(2)}(\phi_m) = 4M_{2m}J_0(\phi_m)J_2(\phi_m), \quad (13)$$

где $J_n(\phi_m)$ – функция Бесселя n -го порядка, а эффективные параметры фазовой демодуляции на первой и второй гармониках определяются толщиной кристалла d и коэффициентами связи, входящими в уравнения (10) или (11), как

$$M_{1m:l,r}^{+,-} = \exp\left(-\frac{\Gamma_{El,Er}^{+,-} + \Gamma_{al,ar}}{2}d\right) \sin\left(\frac{\Gamma_{fl,fr}^{+,-}}{2}d\right), \quad (14)$$

$$M_{2m:l,r}^{+,-} = \exp\left(-\frac{\Gamma_{El,Er}^{+,-} + \Gamma_{al,ar}}{2}d\right) \cos\left(\frac{\Gamma_{fl,fr}^{+,-}}{2}d\right) - 1. \quad (15)$$

Данные коэффициенты связи следующим образом выражаются через материальные постоянные кристалла и параметры, характеризующие взаимодействие:

$$\Gamma_{El,Er}^{+} = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \left(\frac{r_{41}^S}{2} \pm \gamma_{41} \cos^2 \theta \right) E_{SC}, \quad (16)$$

$$\Gamma_{fl,fr}^{+} = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \left[\frac{p_{12} + p_{13} + 2p_{11}}{4C_{11}} f_{1111} \mp \frac{\beta_{1122} + \beta_{2211}}{2} \right] KE_{SC} \cos^3 \theta, \quad (17)$$

$$\Gamma_{El,Er}^{-} = -\frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \left(\frac{r_{41}^S}{2} \pm \gamma_{41} \cos^2 \theta \right) E_{SC}, \quad (18)$$

$$\Gamma_{fl,fr}^{-} = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \left[\frac{p_{12} + p_{13} + 2p_{11}}{4C_{11}} f_{1111} \mp \frac{\beta_{1122} + \beta_{2211}}{2} \right] KE_{SC} \cos^3 \theta. \quad (19)$$

Таким образом, получены общие соотношения, описывающие в приближении неистощаемой опорной волны ее попутное взаимодействие на фоторефрактивных голограммах с сигнальной волной для случая их циркулярной поляризации с одинаковым знаком вращения, когда по всей толщине кубического гиротропного кристалла коэффициенты двухлучковой связи являются постоянными величинами. Аналитические выражения для этих коэффициентов, соответствующие кристаллу среза (110) и двум ориентациям вектора фоторефрактивной решетки, $\vec{K} \parallel [001]$ и $\vec{K} \parallel [00\bar{1}]$, показывают их зависимость от знака циркулярной поляризации вследствие эффектов электро- и флексоэгирации.

Список использованных источников

1. Huignard, J.P. High-sensitivity read-write volume holographic storage in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ crystals / J.P. Huignard, F. Misheron // Appl. Phys. Lett. – 1976. – Vol. 29, № 9. – P. 591–593.
2. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – СПб. : Наука, 1992. – 320 с.

3. Шепелевич, В.В. Голография в фоторефрактивных оптически активных кристаллах / В.В. Шепелевич. – Минск : Изд. центр БГУ, 2012. – 254 с.
4. Кульчин, Ю.Н. Адаптивные методы обработки спекл-модулированных оптических полей / Ю.Н. Кульчин, О.Б. Витрик, А.А. Камшилин, Р.В. Ромашко. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 288 с.
5. Влияние обратного пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости на когерентное взаимодействие гауссовых (1+1)D световых пучков в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ / А.А. Голуб, В.Н. Навыко, В.В. Давыдовская [и др.] // ЖПС. – 2025. – Т. 92, № 1. – С. 114–119.
6. Revealing of the flexoelectric parameters in cubic photorefractive crystals using two-beam coupling / S.M. Shandarov [et al.] // Photorefractive Photonics. – 2015.
7. Влох, О.Г. Явления пространственной дисперсии в параметрической кристаллооптике / О.Г. Влох. – Львов : Вища шк. Изд-во при Львов, ун-те, 1984. – 156 с.
8. Определение материальных параметров фоторефрактивных кристаллов на основе метода адаптивной голограммической интерферометрии / С.М. Шандаров, А.О. Злобин, А.А. Шмидт [и др.] // Оптика и спектроскопия. – 2021. – Т. 129, № 4. – С. 413–417.
9. Ландау, Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1982.
10. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах / С.М. Шандаров, В.М. Шандаров, А.Е. Мандель, Н.И. Буримов. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 242 с.

УДК 669.71.535.241

П.С. Шаповалов

Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ВЕЩЕСТВЕ ПРИ НАГРЕВЕ КРУГОВЫМ И КОЛЬЦЕВЫМ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ

Найдено путем дифференцирования эллиптического уравнения теплопроводности аналитическое распределение температуры в веществе при нагреве лазерного осесимметричного гауссова пучка произвольного профиля. Представлены распределение температуры обычного гауссова и кольцевого гауссова пучка.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, нагрев лазерным пучком, распределение температуры, круговой гауссов пучок.

В промышленном производстве широко применяются лазеры для различных технологических процессов. Лазеры находят применение для резки материалов, лазерной сварки, термообработки и наплавки [1]. Лазеры в первую очередь используются в промышленности в тех процессах, которые неосуществимы с помощью других способов, и