М. И. ЕФРЕМОВА, А. С. ТУКАЧ
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ОДИН ИЗ ОПЕРАТОРОВ ЗАМЫКАНИЯ НА КЛАССАХ *n*-АРНЫХ ГРУПП

Особый класс алгебраических систем образуют n-арные группы. Напомним [1], что система $\langle X, (\ )\rangle$ с одной n-арной операцией ( ) называется n-арной группой, если эта операция ассоциативна, и в X разрешимо каждое из уравнений $(a_1 \ldots a_{i-1} x a_{i+1} \ldots a_n) = a$, где $i = 1, 2, \ldots, n$. Являясь n-арными аналогами бинарных групп, n-арные группы, с одной стороны, наследуют многие их свойства (так в n-арных группах имеются инвариантные и полуинвариантные подгруппы, вполне аналогичные по свойствам инвариантным подгруппам групп), а с другой, поскольку при $n \geq 3$ в n-арной группе отсутствует единичный элемент, то теория n-арных групп весьма специфична по отношению не только к теории групп, но и по отношению к теориям алгебраических систем других типов.

Пусть $\mathfrak{X}$ – произвольный класс n-арных групп. Сопоставим с каждой n-арной группой G некоторую систему ее подгрупп $\tau(G)$. Мы будем говорить, следуя [3], что τ – подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, если выполняются следующие условия:

1) $G \in \tau(G)$ для любой n-арной группы $G \in \mathrm{X}$,

2) для любого эпиморфизма $\varphi : A \to B$, где $A, B \in \mathfrak{X}$ и для любых n-арных групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^{\varphi} \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$.

В дальнейшем мы будем использовать ряд понятий теории универсальных алгебр, которые можно найти в [4]. Следуя [4], мы обозначаем через M_G наибольшую (по включению) конгруэнцию π на G со свойством $\pi M = M$. Назовем неединичную n-арную группу τ-примитивной, если у G имеется такая подгруппа M, что $M \in \tau(G) \setminus \{G\}$ и M_G – нулевая конгруэнция на G.

Будем говорить, что класс n-арных групп $\mathcal{M}$ τ-примивно замкнут в $\mathcal{X}$, если $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{X}$ и классу $\mathcal{M}$ принадлежит каждая такая группа из $\mathcal{X}$, у которой все ее τ-примивные фактор-группы принадлежат $\mathcal{M}$. По аналогии с понятием τ-класса Шунка в $\mathcal{X}$, данным М.В. Селькиным и А.Н. Скибой в работе [2], τ-классом Шунка n-арных групп в $\mathcal{X}$ будем называть всякий гомоморф n-арных групп, τ-примивно замкнутый в классе n-арных групп $\mathcal{X}$.

Пусть $\mathcal{X}$ и $\mathcal{M}$ – произвольные классы n-арных групп. Напомним, что оператор C называется:

1) оператором расширения, если $\mathcal{X} \subseteq \mathrm{C}\mathcal{X}$;
2) идемпотентным оператором $\mathrm{C}\mathcal{X} = \mathrm{C}(\mathrm{C}\mathcal{X})$;
3) монотонным оператором, если выполняется следующее условие: если $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{M}$, то $\mathrm{C}\mathcal{X} \subseteq \mathrm{C}\mathcal{M}$.

Оператор C называется оператором замыкания, если он является одновременно монотонным, идемпотентным и оператором расширения.

Пусть $\mathcal{X}$ – произвольный класс n-арных групп и τ – фиксированный подгрупповой $\mathcal{X}$-функтор. Если $\mathcal{H}$ – подкласс в $\mathcal{X}$, то, следуя [3], через $\mathrm{H}\mathcal{H}$ будем обозначать класс всех гомоморфных образов всех n-арных групп из $\mathcal{H}$. Легко видеть, что H – оператор замыкания.

Важность значения понятия τ –примивной n-арной группы заключено в следующей теореме.

Теорема. Пусть G $\in$ $\mathrm{Schunck}_\tau(\mathcal{M})$. Если G – τ-примитивная n-арная группа, то G $\in$ $\mathrm{H}(\mathcal{M})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русаков, С.А. Алгебраические n-арные системы: Силовская теория n-арных групп / С.А. Русаков. – Минск: Навука і тэхніка, 1992. – 264 с.
2. Селькин, М.В. О решетках τ-класса Шунка / М.В. Селькин, А.Н. Скиба // Доклады НАН Беларуси. – 2001. – Т. 45, № 3. – С. 51–53.
3. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
4. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 254 с.